



Горѓи Чупона

АКАДЕМИК ГОРЃИ ЧУПОНА
(По повод 90 години од неговото раѓање)

Дончо Димовски

Македонска академија на науките и уметностите, Скопје, Република Македонија

Академик Горѓи Чупона целиот свој живот и творечка енергија ги има посветено на математиката. Неговите постигнувања се огромни. Така, не е едноставно да се напише текст од неколку страници кој ќе даде доволно добра слика за тие постигнувања. Со огромно задоволство, како негов студент, соработник и долго време негов многу близок пријател, го пишувам овој текст. Ќе се потрудам да бидам доволно прецизен и концизен, каков што беше мојот професор Чупона.

Академик Горѓи Чупона е роден на 10 април 1930 година во пелистерското село Мало-виште. Основно и средно образование оформил во Битола, а дипломирал во 1953 година на Филозофскиот факултет во Скопје, група матема-

тика. Докторирал во 1959 година на Природно-математичкиот факултет (ПМФ) во Скопје, на тема „Прилог кон теоријата на алгебарските структури“, под менторство на професор д-р Владимир Девиде од Загреб. Кус период работи како наставник во средно училиште до неговиот избор за асистент по математика на Филозофскиот факултет во 1955 година. Во 1961 година е избран за доцент на Техничкиот (подоцна Електро-машински) факултет во Скопје. За вонреден професор е избран во 1967 година, кога се вратил на ПМФ, каде што во 1972 година е избран за редовен професор по алгебра. Од 1985 година до пензионирањето во 1994 година, беше член на Институтот за информатика на ПМФ.

Во текот на 1964 година бил на специјализација на Универзитетот во Манчестер, Велика Британија.

Во 1979 година е избран за дописен, а во 1983 година за редовен член на Македонската академија на науките и уметностите (МАНУ).

Има добиено повеќе признанија и награди за покажаните резултати, како што се: плакета на Универзитетот „Кирил и Методиј“, наградата „11 Октомври“ во 1966 година, Орден за заслуги на народот со сребрен венец и Орден на трудот со златен венец.

Во македонската математика академик Чупона е основоположник на алгебрата, како и на дисциплините тесно поврзани со неа, од сите нејзини аспекти. Може слободно да се каже дека целиот научен кадар по алгебра во Македонија, а и кадар надвор од Македонија, е развиен под негово суштинско раководство, иако бил ментор на само четворица докторанди: Наум Целакоски, Билјана Јанева, Жанета Попеска (тројцата од Македонија) и на Биљана Зековиќ (од Црна Гора). Исто така, тој имал поголем или помал удел во развојот на голем број математичари, информатичари и истражувачи од други области во Македонија и надвор од неа. Енергичен, упорен и трпелив, Чупона собираше околу себе млади заинтересирани студенти и соработници, постојано ги поттикнуваше, водеше и работеше со нив до добивање соодветни резултати.

Според постигнатите научни резултати, тој успеа да ја направи македонската алгебра препознатлива и во светски рамки. Соработката остварена со редица математичари од поранешните југословенски и балкански простори (ќе наведем само неколкумина: Владимир Девиде, Славиша Прешиќ, Светозар Милиќ, Јанез Ушан, Калчо Тодоров, Валентин Данилович Белоусов), како и големиот број печатени трудови го истакнаа академик Чупона како еден од водечките алгебристи во СФР Југославија, а и пошироко. Беше иницијатор за организирањето на следниве конференции што се одржуваа на просторите од поранешна Југославија:

- I алгебарска конференција, Скопје, 1980;
- II алгебарска конференција, Нови Сад, 1981;
- III алгебарска конференција, Белград, 1982;
- IV конференција алгебра и логика, Загреб, 1984;
- V конференција алгебра и логика, Цетиње, 1986;
- VI конференција алгебра и логика, Сараево, 1987;
- VII конференција алгебра и логика, Марибор, 1989;

VIII конференција алгебра и логика, Нови Сад, 1998.

Во Скопје во 1982 година тој го организираше Симпозиумот „*n*-арни структури“, а следната година беше организиран Втор меѓународен симпозиум „*n*-арни структури“ во Варна, Бугарија.

Во текот на неговиот работен век беше раководител на голем број научни проекти, финансирани од СИЗ за научни дејности и од МАНУ. Во рамките на тие проекти, редовно организираше семинари, кои одиграа значајна улога во афирмирањето и во научното издигнување на голем број негови ученици, а подоцна и соработници. Некои од семинарите беа одржувани како еднонеделни научни собири во други места од Републиката (Охрид, Струга и Пелистер) со учество на математичари од Македонија и повеќе универзитетски центри надвор од Македонија. Од работата на тие проекти се оформени и објавени следниве монографии во кои академик Чупона има големо учество:

- *Зборник на трудови од Алгебарската конференција*, Скопје (1980), 152 стр.;
- *Зборник на трудови од Симпозиумот *n*-арни структури*, МАНУ, Скопје (1982), 289 стр.;
- *Векторско вредносни полугрупи и групи*, МАНУ, Скопје (1988), 198 стр.;
- *Комплексни комутативни векторско вредносни групи*, МАНУ, Скопје (1992), 120 стр.;
- *Научни трудови по алгебра во Република Македонија 1950 – 1980*, Том 1, МАНУ, Скопје (2008), 730 стр.;
- *Научни трудови по алгебра во Република Македонија 1981 – 1990*, Том 2, МАНУ, Скопје (2008), 704 стр.;
- *Научни трудови по алгебра во Република Македонија 1991 – 2007*, Том 3, МАНУ, Скопје (2008), 822 стр.

Огромна е неговата улога во развојот на информатиката во Македонија. Беше еден од иницијаторите за формирањето на Математичкиот институт со нумерички центар. Советот на Универзитетот во Скопје (подоцна Универзитет „Кирил и Методиј“) на 21 јуни 1966 година, донесе одлука за основање Математички институт со нумерички центар на Универзитетот во Скопје (МИНЦ) во која: 1) се наведени неговите задачи; 2) за вршител на должноста директор се именува д-р Благој Попов, професор на ПМФ; и 3) се образува матична комисија во состав: Жоже

Улчар од ПМФ, д-р Милорад Радоњиќ од Земјоделскиот факултет, д-р Ѓорѓи Чупона од Електро-машинскиот факултет, Димитар Битраков од Архитектонско-градежниот факултет, Вања Хаџиев од Економскиот институт и д-р Исак Таџер, проректор. Може слободно да се каже дека академик Чупона го посвети целиот свој работен век со несмален елан на исполнување на задачите од одлуката за основање на МИНЦ. Ќе цитирам четири од нив во оригинална форма, кои Чупона целосно ги спроведуваше и кои најдобро ќе го осветлат неговото животно дело:

- *да ја организира и усмерува научно-истражувачката работа по незастапените математички дисциплини, преку директно обработување на одделни проблеми или преку изучување на одделни области;*
- *да дава помош на стручњациите при научно истражувачката работа од областа на математиката, техничките, економските и др. науки;*
- *да издава математички списанија на Универзитетот, во кои да ги објавува и непосредно соопштува резултатите од својата научно-истражувачка работа и да ја популаризира математиката;*
- *да допринесува за подобрувањето на учебниците, скриптите и другите помагала за високошколската и средношколската настава по математика.*

Од 1969 до 1973 година, академик Чупона беше и директор на МИНЦ. Со реформата на Универзитетот во Скопје во 1977 година, МИНЦ се вклопи во новоформируваниот Математички факултет. Во 1985 година, Универзитетот се реформира повторно и се врати на формата од пред 1977 година, но МИНЦ не беше обновен. Се сеќавам дека во тој период Чупона ме замоли да подготвам материјал за формирање центар во МАНУ по урнекот на МИНЦ, нагласувајќи ги неговите задачи. Затоа, според мое мислење, повеќето од задачите во претходно споменатата одлука за основањето на МИНЦ се пишувани од Чупона по предлог на професор Благој Попов. Бидејќи таков центар, во тој момент, не се формира во МАНУ, академик Чупона успеа, со огромни заложби, да се формира посебен институт на новоформируваниот ПМФ, Институтот за информатика, каде што работеше до неговото пензионирање.

Во склоп на неговиот интерес за откривање и работа со талентирани ученици за математика, во склоп на МИНЦ, академик Чупона

иницира организирање математички школи за учениците од средните училишта, на кои предавачи беа еминентни математичари и информатичари. Мојата прва средба со него беше на Летната математичка школа во Охрид во 1972 година. Посветеноста на академик Чупона за воведување и изучување нови математички и информатички области може да се види и од темите обработувани на математичките школи. Ќе наведам некои од нив:

- Булова алгебра и нејзина примена;
- Елементи од теоријата на веројатноста;
- Програмирање на електронски пресметувачки машини;
- Комбинаторика;
- Елементи од аналитичка геометрија;
- Фортран програмирање;
- Елементи од теоријата на множества и топологијата;
- Квантна механика;
- Постова и Тјурингова машина и нормални алгоритми;
- Математичка логика;
- Основи на линеарно програмирање;
- Основи на теорија на графови и примена;
- Алгоритми, сметачки машини и примена;
- Полугрупи и конечни автомати;
- Мрежно планирање;
- Диференчни равенки;
- Конечни автомати и регуларни јазици;
- Линеарни модели и оптимизација;
- Топологија преку логика;
- Динамички системи и хаос.

Голем број учесници на овие летни школи, речиси од сите места во Македонија, подоцна станаа врвни научници не само во областа на математиката, туку и речиси во сите други научни области. Ќе споменам само тројца од нив, кои се иста возраст со мене: Љупчо Коцарев (електроинженер и доктор по физика), Милан Ќосевски (доктор на машински науки) и Миле Крајчевски (доктор на математички науки). Почнувајќи од нашите средношколски денови, преку летните школи, сите имаме плодна соработка до денес. Во тоа време, Чупона беше љубител на играта со карти белот, која е многу популарна во Битола. Бидејќи сум од Битола, на тие летни школи, со Чупона игравме белот и ги учевме учесниците од другите места да ја играат таа игра.

Улогата што ја одиграа учебниците „Предавања по алгебра“, Книга I, „Предавања по алгебра“, Книга II, „Алгебарски структури и реални броеви“, како и „Предавања по виша мате-

матика“ I, II, III и „Виша математика“ I, II, III, IV, наменети за студентите од техничките факултети, кои имаат повеќе изданија, чиј автор, односно коавтор е академик Чупона, е огромна. Овие учебници имаат и сè уште имаат незаменливо влијание во издигањето на алгебарската и, пошироко, математичката култура во Македонија.

За да ја илустрирам грижата на Чупона за добро образование по математика, ќе споменам дека книгата „Алгебарски структури и реални броеви“, е пишувана со цел средношколски наставници по математика да го осовременат своето математичко знаење. Во тоа време, Жанета Попеска и јас, како студенти, на сугестија од нашиот професор Чупона, ја препишавме конечната верзија на книгата, решавајќи ги сите задачи, што ни помогна многу да научиме.

Научната работа на академик Чупона е целосно посветена на изучувањето на алгебарските структури. Започнува во педесеттите години од минатиот век во периодот на зголемениот интерес за универзалната алгебра, којашто потоа стана дел од бурниот развој на алгебарските n -арни структури. Неговото дело опфаќа широка листа проблеми од голем број подрачја на алгебрата. Трудовите се одликуваат со прецизност и концизност во формулацијата и доказите на теоремите, со оригиналост, длабочина и општост во расудувањата.

Според третираната проблематика, опусот на научната работа на професорот Чупона може да се распореди во следниве неколку групи, при што броевите се однесуваат на референции од неговата библиографија.

1. *Класични алгебарски структури:* (1, 3, 4, 8, 13, 14, 15, 16, 25, 52).
2. *Релации и операции:* (2, 5, 6, 7, 9, 10, 17, 21, 53).
3. *Алгебарски структури со асоцијативни n -арни операции:* (11, 12, 18, 19, 23, 24, 32, 33, 38, 39, 45).
4. *Сместување на алгебри во полугрупи:* (22, 27, 29, 30, 36, 40, 49, 55, 57, 73).
5. *Алгебри и обопштени подалгебри:* (20, 28, 31, 34, 35, 37, 43, 46, 47, 48, 50, 51, 54, 58, 69, 71, 72, 75, 76, 77, 78, 81).
6. *Векторско вредносни алгебарски структури:* (26, 41, 42, 44, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 74, 87, 89, 90).
7. *Слободни објекти во многуобразија групоида:* (79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92, 93, 94, 95, 96).

Ќе дадам краток опис на секоја од овие седум групи.

Трудовите од групата 1 третираат проблеми во врска со конечни полиња, диедрални групи, редуцибилни полугрупи, квазипрстени и специјална класа компатибилни полугрупи. Даден е нов опис на комплетно простите полугрупи.

Резултатите од групата 2 се за релации меѓу операции. Некои од нив се бинарни релации меѓу финитарни операции коишто се обопштувања на некоја од релациите комутативност, асоцијативност или дистрибутивност. Во n -арниот случај ($n \geq 3$), докажано е дека од делумна асоцијативност и постоење неутрален елемент или некој друг услов, следува целосна асоцијативност. Испитани се ω -арни асоцијативни операции, каде што ω е пребројлив бесконечен ординален број и докажано е дека не постојат ω -групи со повеќе од еден елемент.

Трудовите во групата 3 се за алгебарските структури со една n -арна асоцијативна операција ($n \geq 3$), наречени n -полугрупи или алгебарски структури со неколку n -арни асоцијативни операции, наречени асоцијативи. Покажано е дека секоја n -полугрупа е n -потполугрупа од полугрупа. Овој резултат (наречен теорема на Пост за n -полугрупи) овозможува разни својства на n -полугрупите да се испитуваат со соодветни својства на полугрупите. Дадени се описи на асоцијативи, при што посебно внимание е посветено на асоцијативите што може да се сместат во полугрупа. Воведен е поимот за $[n, m]$ -прстен и е докажано дека секој $[n, m]$ -прстен може да биде сместен во прстен. Дадени се карактеризации на n -потполугрупи на некои класи полугрупи (на пример, периодични и комутативни полугрупи).

Во трудовите од групата 4 се добиени неколку значајни резултати за репрезентација, односно сместување на алгебри во полугрупи. Дадени се сместувања на неколку класи алгебри во полугрупи поврзани со теоремата на Кон-Ребане. Покажано е дека секоја тополошка алгебра може да биде вметната во тополошка полугрупа во смисла на теоремата на Кон-Ребане и дека универзалната покривка на тополошка n -група е тополошка група. Опишана е класата алгебри кои се подалгебри на полумрежи. Докажано е дека секоја полугрупа од некои класи нормирани полугрупи може да биде сместена во полугрупа од операции.

Групата 5 се однесува на проблеми во врска со обопштени подалгебри, делумни подалгебри, многуобразија алгебри и унарни алгебри. Прашања за сместување на алгебри во полугрупи се испитуваат во претходните две групи, додека во оваа група ваквите прашања се разгледуваат во поопшта форма. Воведени се сместувачки алгебри и дадена е нивна репрезентација како алгебри на операции. Опишана е класа на делумни алгебри што е обопштување на класата сместувачки алгебри. Добиен е доволен услов за многуобразије да биде n -многуобразије. Карактеризирани се полиномни подалгебри од алгебрите од некои многуобразија алгебри. Докажани се резултати за подалгебрите, хомоморфизмите и слободните објекти во некои класи полиалгебри и за класата хиперполугрупи. Испитувана е посебна класа на идентитети во n -групоиди, наречени примитивни n -идентитети и е докажано дека проблемот на зборови е решлив во секое примитивно n -многуобразије.

Во групата 6 се воведува и испитува поимот за векторско вредносни алгебарски структури. Вистинското истражување на овие структури започнува со трудот *Векторско вредносни полугрупи* (56), каде што е докажано дека секоја (n,m) -полугрупа може да биде покриена со полугрупа. Речиси сите резултати од полиадични полугрупи поврзани со теоремата на Пост се пренесуваат и за (n,m) -полугрупите, ама тоа не е случај кога се во прашање резултати од егзистенцијална природа. Истото ова важи и за векторско вредносните групи. Докажани се векторско вредносни аналогии на теоремите на Кон-Ребане и Пост. Карактеризирани се слободните векторско вредносни групоиди, полугрупи и групи. Докажано е дека постои аналогия помеѓу

теоријата на групи и теоријата на $(2m,m)$ -групи. Воведен е поимот за инјективни векторско вредносни полугрупи и е докажано дека класата од слободни векторско вредносни полугрупи е вистинска поткласа од класата инјективни векторско вредносни полугрупи. Развиена е комбинаторна теорија за векторско вредносни полугрупи.

Трудовите во групата 7 се однесуваат на многуобразија групоиди дефинирани со некои идентитети. Во многу од овие трудови е даден каноничен опис на слободните групоиди и карактеризирани се нивните подгрупоиди. За некои од овие многуобразија е докажано дека проблемот на зборови е решлив. Испитувањето на многуобразието групоиди дефинирано со идентитетот $x^n = x$ доведе до поим за групоиден степен. За некои од овие многуобразија групоиди е докажана таканаречената теорема на Браќ, односно е докажано дека слободни групоиди во многуобразието се карактеризирани со инјективните групоиди во истото многуобразије.

На крајот ќе кажам дека академик Чупона подеднакво се однесуваше кон сите, без оглед на нација, раса и религија. Во срцето имаше љубов за секого. Беше неизмерно скроман и совесен човек, но и човек кој знаеше да ни укаже на грешките. Имав голема привилегија да бидам негов ученик и соработник за што сум му бескрајно благодарен. Денес многу мои постапки наликуваат на неговите.

Академик Ѓорѓи Чупона почина на 16 декември 2009 година, а тоа, всушност, има голема симболика. На 16 декември 1946 година почнал со работа Филозовскиот факултет, од кој подоцна израсна и ПМФ неговиот втор дом.

ACADEMICIAN GJORGJI ČUPONA (On the occasion of 90 years since his birth)

Dončo Dimovski

Macedonian Academy of Sciences and Arts, Skopje, Republic of Macedonia

Academician Gjorgji Čupona has dedicated his entire life and creative energy to mathematics. His achievements are huge. Thus, it is not easy to write several pages of text that will give a good enough picture of those achievements. With a great pleasure, as his student, collaborator and longtime his very close friend, I am writing this text. I will do my best to be precise and concise enough, as my Professor Čupona was.

Academician Gjorgji Čupona was born on April 10, 1930 in the Pelister village Malovishte. He completed his primary and secondary education in Bitola, and graduated in 1953 at the Faculty of Philosophy in Skopje, group for mathematics. He received his PhD degree in 1959 at the Faculty of Natural Sciences and Mathematics (FNSM) in Skopje, on the topic "Contribution to the theory of algebraic structures", under the supervision of Prof. Dr. Vladimir

Devide from Zagreb. For a short time he worked as a high school teacher until his election as a mathematics assistant at the Faculty of Philosophy in 1955. In 1961 he was elected for an assistant professor at the Technical Faculty (later Faculty of Electrical and Mechanical Engineering) in Skopje. He was promoted to an associate professor in 1967, when he returned to FNSM, where in 1972 he was promoted to a professor of algebra. From 1985 until his retirement in 1994, he was a member of the Institute of Informatics at FNSM.

During 1964 he was on a specialization at the University of Manchester, UK.

In 1979 he was elected a corresponding, and in 1983 a full member of the Macedonian Academy of Sciences and Arts (MASA).

He has received several recognitions and awards for his achievements, such as: plaque of the University "Cyril and Methodius", the award "October 11" in 1966, the Order of merit for the People with a silver wreath and the Order of labor with a golden wreath.

In Macedonian mathematics, Academician Čupona is the founder of algebra, as well as the disciplines closely related to it, in all of its aspects. It can be freely said that the entire algebra scientific staff in Macedonia, as well as staff outside Macedonia, was developed under his substantial leadership, although he was a supervisor to only four doctorates: Naum Celakoski, Biljana Janeva and Žaneta Popeska (from Macedonia) and Biljana Zeković (from Montenegro). He also had a greater or lesser share in the development of many mathematicians, computer scientists and researchers from other fields inside and outside Macedonia. Energetic, persistent and patient, Academician Čupona gathered around himself young interested students and collaborators, constantly encouraging, guiding and working with them, until appropriate results were obtained.

According to the achieved scientific results, he managed to make the Macedonian algebra recognizable in the world. The cooperation achieved with a number of mathematicians from the former Yugoslavia and the Balkans (I will mention only a few; Vladimir Devide, Slaviša Prešić, Svetozar Milić, Janez Ušan, Kalčo Todorov, Valentin Danilovič Belousov), as well as the large number of published papers highlighted Academician Čupona as one of the leading algebraists in SFR Yugoslavia and beyond. He is the initiator for the organization of the following conferences that were held in the former Yugoslavia:

I Algebraic Conference, Skopje, 1980;

II Algebraic Conference, Novi Sad, 1981;

III Algebraic Conference, Belgrade, 1982;

IV Conference Algebra and Logic, Zagreb, 1984;

V Conference Algebra and Logic, Cetinje, 1986;

VI Conference Algebra and Logic, Sarajevo, 1987;

VII Conference Algebra and Logic, Maribor, 1989;

VIII Conference Algebra and Logic, Novi Sad, 1998.

In Skopje in 1982 he organized the Symposium "n-ary Structures" and the following year the Second International Symposium "n-ary Structures" was organized in Varna, Bulgaria.

During his working life he was the manager of a number of scientific projects, funded by SIZ for scientific activities and MASA. Within those projects he regularly organized seminars, which played a significant role in the affirmation and scientific advancement of a large number of his students and later collaborators. Some of the seminars were held as one-week scientific gatherings in other places in the Republic (Ohrid, Struga and Pelister) with a participation of mathematicians from Macedonia and several university centers outside Macedonia. From the work of those projects, the following monographs were created and published, in which Academician Čupona has substantial participation:

- *Proceedings of the Algebraic conference*, Skopje, (1980), 152 p.;
- *Proceedings of the Symposium n-ary Structures*, MASA, Skopje, (1982), 289 p.;
- *Vector valued semigroups and groups*, MASA, Skopje, (1988), 198 p.;
- *Complex commutative vector valued groups*, MASA, Skopje, (1992), 120 p.;
- *Scientific papers on algebra in the Republic of Macedonia 1950 – 1980*, Vol. I, MASA, Skopje, (2008), 703 p.;
- *Scientific papers on algebra in the Republic of Macedonia 1981 – 1990*, Vol. II, MASA, Skopje, (2008), 704 p.;
- *Scientific papers on algebra in the Republic of Macedonia 1991 – 2007*, Vol. III, MASA, Skopje, (2008), 822 p.

Čupona's role in the development of computer science in Macedonia is huge. He was one of the initiators for the establishment of the Mathematical Institute with a numerical center. The Council of the University of Skopje (later "Cyril and Methodius University") on June 21, 1966 adopted a document for the establishment of the Mathematical Institute with a numerical center at the University of Skopje (MINC) in which: 1) a lists of its tasks is given; 2) Dr. Blagoj Popov, professor at FNSM, is appointed acting director; and 3) a parent commission is

formed consisting of: Jože Ulčar from the FNSM, Dr. Milorad Radonjić from the Faculty of Agriculture, Dr. Gjorgji Čupona from the Faculty of Electrical and Mechanical Engineering, Dimitar Bitrakov from the Faculty of Architecture and Civil Engineering, Vanja Hadžiev from the Institute of Economics and Dr. Isak Tadzer, Vice Rector. It is not exaggerating to say that Academician Čupona dedicated his entire working life with undiminished enthusiasm to the fulfillment of the tasks incorporated within the document for the establishment of MINC. I will quote four of them (translated from their original form), which Čupona fully implemented and which will best illuminate his life work.

- *to organize and direct the scientific research work in the unrepresented mathematical disciplines, through direct elaboration of certain problems or through study of certain areas;*
- *to provide assistance to experts in scientific research work in the field of mathematics, technical, economic and other sciences;*
- *to establish mathematical journals at the University for publishing and directly announcing the results of its scientific research work and to popularize mathematics;*
- *to contribute to the improvement of textbooks, scripts and other aids for university and secondary school mathematics teaching.*

From 1969 to 1973, Academician Čupona was also the director of MINC. With the reform of the University of Skopje in 1977, the MINC merged within the newly formed Mathematical Faculty. In 1985 the University was reformed again and returned to its pre-1977 form, but the MINC was not restored. I remember that, in that period, Čupona asked me to prepare material for establishment of a center at MASA, resembling MINC, emphasizing its tasks, so my opinion is that most of the tasks in the aforementioned document for the establishment of MINC, were written by Čupona, on a suggestion by Professor Blagoj Popov. Since such a center was not established at MASA at that moment, Academician Čupona managed, with great efforts, to establish a special institute of the newly established FNSM, the Institute of Informatics, where he worked until his retirement.

As a part of his interest in discovering and working with talented students in mathematics, in the framework of MINC, Academician Čupona initiated the organization of mathematical schools for high school students, taught by eminent mathematicians and computer scientists. My first meeting with him was at the Summer Mathematical School in Ohrid in 1972. The commitment of Academician

Čupona for introducing and studying new mathematical and computer science fields can be seen from the topics covered in the mathematical schools. I will list some of them:

- Boolean algebra and its application;
- Elements of probability theory;
- Programming on electronic computing machines;
- Combinatorics;
- Elements of analytical geometry;
- Fortran programming;
- Elements of set theory and topology;
- Quantum mechanics;
- Post and Turing machine and normal algorithms;
- Mathematical logic;
- Basics of linear programming;
- Basics of graph theory and applications;
- Algorithms, computer machines and applications;
- Semigroups and finite automata;
- Network planning;
- Difference equations;
- Finite automata and regular languages;
- Linear models and optimization;
- Topology via logic;
- Dynamical systems and chaos.

Large number of participants at these Summer schools, from almost all places in Macedonia, later became eminent scientists, not only in mathematics, but in almost all of the other sciences. I will mention only three of them, who are the same age as me: Ljupčo Kocarev (Electrical engineer and PhD in Physics), Milan Kjosevski (PhD in Mechanical Sciences) and Mile Krajčevski (PhD in Mathematics). Starting from our high school days and these Summer schools, we all have fruitful collaboration till today. In that period, Čupona was a fan of the card game Belote, that is very popular in Bitola. Since I am from Bitola, at these Summer schools, with Čupona we were playing Belote, and we were teaching participants from other places to play this card game.

The role played by the textbooks: “Lectures in Algebra”, Book I, “Lectures in Algebra”, Book II, “Algebraic Structures and Real Numbers”, as well as “Lectures in Calculus”, Books I, II, III and “Calculus”, Books I, II, III, IV, intended for students from the technical faculties, which have several editions, whose author, i.e. co-author is Academician Čupona is immense. All those textbooks had and still have an irreplaceable impact in the rise of algebraic and, more broadly, mathematical culture in Macedonia.

To illustrate Čupona’s care for good education in mathematics, I will mention that the book “Algebraic Structures and Real Numbers” was written mainly for high school teachers of mathematics

to update their mathematical knowledge. In that period, Žaneta Popeska and myself, as students, on suggestion by our Professor Čupona, rewrote the final version of the book, by solving all the exercises, that helped us to learn a lot.

The scientific work of Academician Čupona is entirely devoted to the study of algebraic structures. It began in the 1950s during a period of growing interest in universal algebra, which later became part of the turbulent development of algebraic n -ary structures. His work covers a wide range of problems in a number of areas of algebra. His papers are characterized by precision and conciseness in the formulation and proofs of the theorems, with originality, depth and generality in reasoning.

According to the topics under consideration, the scientific work of Academician Čupona may be separated into several groups listed below, where the numbers correspond to the references in his Bibliography.

1. *Classical algebraic structures*: (1, 3, 4, 8, 13, 14, 15, 16, 25, 52).
2. *Relations and operations*: (2, 5, 6, 7, 9, 10, 17, 21, 53).
3. *Algebraic structures with n -ary associative operations*: (11, 12, 18, 19, 23, 24, 32, 33, 38, 39, 45).
4. *Representations of algebras in semigroups*: (22, 27, 29, 30, 36, 40, 49, 55, 57, 73).
5. *Algebras and generalized subalgebras*: (20, 28, 31, 34, 35, 37, 43, 46, 47, 48, 50, 51, 54, 58, 69, 71, 72, 75, 76, 77, 78, 81).
6. *Vector valued algebraic structures*: (26, 41, 42, 44, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 74, 87, 89, 90).
7. *Free objects in varieties of groupoids*: (79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92, 93, 94, 95, 96).

I will present a short description of each of these seven groups.

The papers in the group **1** consider some problems in finite fields, dihedral groups, reducible semigroups, quasirings, and a special class of compatible semigroups. A new description of completely simple semigroups is given.

The results in the group **2** are about relations among operations. Some of them are binary relations among finitary operations, that are generalizations of some of the relations commutativity, associativity or distributivity. In the n -ary case ($n \geq 3$), it is shown that a partial associativity and the existence of a neutral element or some other condition implies the complete associativity. Associative ω -ary operations, where ω is a countable infinite

ordinal number, are examined and it is shown that there do not exist ω -groups with more than one element.

The papers in the group **3** are about the algebraic structures with one n -ary associative operation ($n \geq 3$), called n -semigroups, or algebraic structures with several n -ary associative operations, called associatives. It is shown that any n -semigroup is an n -subsemigroup of a semigroup. This result (called Post Theorem for n -semigroups), allows various properties of n -semigroups to be examined with corresponding properties of semigroups. Descriptions of associatives are given, with special attention being paid to associatives that can be embedded into a semigroup. The notion of an $[n, m]$ -ring is introduced and it is shown that any $[n, m]$ -ring can be embedded in a ring. A characterizations of n -subsemigroups of some classes of semigroups, (for example periodic and commutative semigroups) are given.

In the papers from the group **4**, several significant results are obtained for representation, i.e. the embedding of algebras in semigroups. Embeddings of several classes of algebras in semigroups related to Cohn-Rebane's Theorem are given. It is shown that any topological algebra can be embedded into a topological semigroup in the sense of Cohn-Rebane's Theorem and that the universal covering of a topological n -group is a topological group. The class of algebras that are subalgebras of semilattices is described. It is shown that any semigroup from some classes of normed semigroups can be embedded in a semigroup of operations.

The group **5** is concerned with problems related to generalized algebras, partial algebras, varieties of algebras, and unary algebras. Questions about the embedding of algebras in semigroups are examined in the previous two groups, while in this group such questions are considered in a more general form. Insertion algebras are introduced and represented as algebras of operations. A class of partial algebras is described, which is a generalization of the class of insertion algebras. A sufficient condition is obtained for a variety to be an n -variety. Polynomial subalgebras of algebras from some variety of algebras are characterized. Results have been presented for subalgebras, homomorphisms, and free objects in some classes of polyalgebras and for the class of hypersemigroup. A special class of identities in n -groupoids, called primitive n -identities, are examined and it is shown that the word problem is solvable in any primitive n -variety.

In the group **6** the notion of vector valued algebraic structures is introduced and examined. The

true research on these structure starts with the paper *Vector valued semigroups* (56), where it is shown that any (n,m) -semigroup can be covered by a semigroup. Almost all results from polyadic semigroups connected with Post's Theorem translate to (n,m) -semigroups, but that is not the case concerning the results of the existential nature. The same is true for the vector valued groups. Vector valued analogs of Cohn-Rebane and Post Theorems are proven. Free vector valued groupoids, semigroups and groups are characterized. It is shown that there is an analogy between the group theory and the theory of $(2m,m)$ -groups. The notion of an injective vector valued semigroup is introduced and it is shown that the class of free vector valued semigroups is a proper subclass of the class of injective vector valued semigroups. A combinatorial theory of vector valued semigroups is developed.

The papers in the group 7 are concerned with varieties of groupoids defined by some identities, and in majority of them, a canonical description of free groupoids is given and subgroupoids of free

groupoids are characterized. For some of these varieties it is shown that the word problem is solvable. The examination of the variety of groupoids defined by the identity $x^n = x$, led to the notion of a groupoid power. For some of these varieties the so called Bruck's Theorem is obtained, i.e. the class of free groupoids in the variety is characterized by the injective groupoids in the same variety.

Finally I will say that Academician Ćupona treated everyone equally, regardless of nation, race and religion. In his heart, there was love for everyone. He was extremely modest and conscientious man, but also a man who knew how to point out our mistakes. It was a great privilege to be his student and collaborator, for which I am infinitely grateful. Many of my actions today are similar to his.

Academician Ćupona died on December 16, 2009, which is actually a great symbolism. The Faculty of Philosophy was established on December 16, 1946, from which later grew FNSM – that was Ćupona's second home.

БИБЛИОГРАФИЈА НА АКАДЕМИК ЃОРЃИ ЧУПОНА BIBLIOGRAPHY OF ACADEMICIAN GJORGJI ĆUPONA

- [1] Ѓ. Чупона, За еден вид полиња со конечна карактеристика, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **6** (1955), pp. 44–46.
- [2] Ѓ. Чупона, За еден вид конечни некомутативни групи, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **7** (1956), pp. 42–43.
- [3] Ѓ. Чупона, За релацијата дистрибутивност меѓу алгебарските операции, *Год. збор. Филоз. фак., Прир.-мат. оддел*, Скопје, **9** (1956), pp. 23–29.
- [4] Ѓ. Чупона, За тернарните асоцијативни операции, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **9** (1958), pp. 5–10.
- [5] Ѓ. Чупона, За редуцибилните полугрупи, *Год. збор. Филоз. фак., Прир.-мат. оддел*, Скопје, **11** (1958), pp. 19–27.
- [6] Ѓ. Чупона, За финитарните операции, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **12** (1959), pp. 7–49.
- [7] Ѓ. Чупона, За некои релации меѓу бинарните операции, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **10** (1959), pp. 5–27.
- [8] Ѓ. Чупона, За периодичните полиња, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **11** (1960), pp. 5–8.
- [9] Ѓ. Чупона, За дистрибутивните системи, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **13** (1960), pp. 5–15.
- [10] Б. Трпеновски, Ѓ. Чупона, Финитарни асоцијативни операции со неутрални елементи, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **12** (1961), pp. 15–24.
- [11] Ѓ. Чупона, За n -арните подполугрупи, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **12** (1961), pp. 5–13.
- [12] Ѓ. Чупона, За асоцијативните конгруенции, *Билтен ДМФ НРМ*, Скопје, **13** (1962), pp. 5–12.
- [13] Ѓ. Чупона, За некои компатибилни фамилии полугрупи, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **14** (1963), pp. 5–14.
- [14] Gj. Ćupona, Semigroups in which some left ideal is a group, *Annual Bulletin, Faculty of Math. and Nat. Sci.*, Скопје, **14** (1963), pp. 15–17.
- [15] Gj. Ćupona, On completely simple semigroups, *Glasnik mat. fiz. i ast.*, Zagreb, **18** (1963), pp. 159–164.
- [16] Gj. Ćupona, On semigroups S in which each proper subset Sx is a group, *Glasnik mat. fiz. i ast.*, Zagreb, **18** (1963), pp. 165–168.
- [17] Ж. Мадевски, Б. Трпеновски, Ѓ. Чупона, За инфинитарните асоцијативни операции, *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **15** (1964), pp. 19–22.
- [18] Ѓ. Чупона, Полугрупи генерирани од асоцијативи, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **15** (1964), pp. 5–25.
- [19] Ѓ. Чупона, За $[m,n]$ -прстените, *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **16** (1965), pp. 5–10.
- [20] Gj. Ćupona, On some primitive classes of universal algebras, *Matematički vesnik/Math. Gazzete*, Beograd/Belgrade, **3** (18) (1966), pp. 105–108.

- [21] Ć. Ćupona, Подалгебри на полугрупи, *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **19** (1968), pp. 9–16.
- [22] Gj. Ćupona, Finitarne asocijativne operacije, *Математичка библиотека*, Београд, **39** (1969), pp. 135–149.
- [23] Ć. Ćupona, За асоцијативите, *Прилози, прир.-мат. науки*, МАНУ, Скопје, **I**, 1 (1969), pp. 9–20.
- [24] Ć. Ćupona, Асоцијативи со кратење, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **19** (1969), pp. 5–14.
- [25] Ć. Ćupona, За квазипрстените, *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **20** (1969), pp. 19–22.
- [26] Б. Трпеновски, Ć. Ćupona, $[m, n]$ -групоиди *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **21** (1970), pp. 19–29.
- [27] Ć. Ćupona, За теоремата на Кон-Ребане, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **20** (1970), pp. 5–14.
- [28] Ć. Ćupona, За алгебрите на сместување, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **20** (1970), pp. 15–24.
- [29] Ć. Ćupona, Сместување на тополошки алгебри во тополошки полугрупи, *Билтен ДМФ СРМ*, Скопје, **21** (1970), pp. 37–42.
- [30] Gj. Ćupona, On topological n -groups, *Bulletin of Macedonian Math-Phys. Society*, Скопје, **22** (1971), pp. 5–10.
- [31] Ć. Ćupona, Една класа делумни алгебри, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **22** (1972), pp. 5–37.
- [32] Ć. Ćupona, М-асоцијативи во кои некои леви идеали се М-подгрупи, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **22** (1972), pp. 39–49.
- [33] Ć. Ćupona, Н. Целакоски, On representation of n -associatives into semigroups, *Contributions, Sec. Nat. Math. Sci.*, MASA, **VI**, 1 (1974), pp. 23–34.
- [34] Gj. Ćupona, S. Markoski, On quasigroups, *Annual Bulletin, Faculty of Math. and Nat. Sci.*, Скопје, **25-26** (1975-76), pp. 9–14.
- [35] Ć. Ćupona, С. Маркоски, Сместување на универзални алгебри, *Год. збор. ПМФ*, Скопје, **25-26** (1975-76), pp. 15–34.
- [36] Gj. Ćupona, On a representation of algebras in semigroups, *Contributions, Sec. Nat. Math. Sci.*, MASA, **X**, 1 (1978), pp. 5–18.
- [37] Gj. Ćupona, On n -groupoids, *Math. Bulletin*, **2** (28) (1978), pp. 5–11.
- [38] Gj. Ćupona, n -subsemigroups of periodic semigroups, *Annual Bulletin, Math. Fac.*, Скопје, **29** (1978), pp. 21–25.
- [39] Gj. Ćupona, n -subsemigroups of semigroups satisfying the identity $x^r = x^{r+m}$, *Annual Bulletin, Math. Fac.*, Скопје, **30** (1979), pp. 5–14.
- [40] Gj. Ćupona, G. Vojvodic, S. Crvenkovic, Subalgebras of semilattices, *Review of Research, Faculty of Sci., Univ. of Novi Sad*, **10** (1980), pp. 191–195.
- [41] Gj. Ćupona, J. Ušan, Z. Stojaković, Multiquasigroups and some related structures, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **I**, 2 (1980), pp. 5–12.
- [42] Gj. Ćupona, N. Celakoski, Polyadic subsemigroups of semigroups, *Proc. Algebraic Conference*, Скопје (1980), pp. 131–152.
- [43] Gj. Ćupona, G. Vojvodić, S. Crvenković, Subalgebras of commutative semigroups satisfying the law $x^r = x^{r+m}$, *Review of Research, Faculty of Sci., Univ. of Novi Sad*, **11** (1981), pp. 217–230.
- [44] Gj. Ćupona, Z. Stojaković, J. Ušan, On finite multi-quasigroups, *Publications de l'Institut mathématique, Nouvelle série*, **29** (43) (1981), pp. 53–59.
- [45] Gj. Ćupona, n -subsemigroups of some commutative semigroups, *Annual Bulletin, Math. Fac.*, Скопје, **32** (1981), pp. 33–36.
- [46] Gj. Ćupona, S. Markovski, Polynomial subalgebras, *Proc. Algebraic Conference, Novi Sad 1981*, (1982), pp. 1–6.
- [47] Gj. Ćupona, G. Vojvodic, S. Crvenovic, Subalgebras of Abelian torsion groups, *Proc. Algebraic Conference, Novi Sad 1981*, (1982), pp. 141–148.
- [48] Gj. Ćupona, N. Celakoski, Representations of unary algebras in unars, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **III**, 2 (1982), pp. 5–12.
- [49] Gj. Ćupona, S. Markovski, B. Janeva, The problem of solvability of polylinear representations of universal algebras in semigroups, *Annual Bulletin, Math. Fac.*, Скопје, **33-34** (1982-83), pp. 63–68.
- [50] Ć. Ćupona, Проширувања на алгебарски структури, *Пристапни предавања*, МАНУ, Скопје, (1982), pp. 249–274.
- [51] Gj. Ćupona, N. Celakoski, A. Samardžiski, Post theorems for unary algebras, *Proc. Symp. n -ary Structures*, Скопје, (1982), pp. 71–84.
- [52] Gj. Ćupona, N. Celakoski, A. Samardžiski, Roots of permutations, *Proc. Symp. n -ary Structures*, Скопје, (1982), pp. 85–95.
- [53] Gj. Ćupona, S. Crvenković, G. Vojvodić, Representations of semigroups of operations in semigroups of left translations, *Proc. Symp. n -ary Structures*, Скопје, (1982), pp. 209–222.
- [54] Gj. Ćupona, A set of semigroup n -varieties, *Proc. Third Alg. Conf. Beograd 1982*, Novi Sad Inst. of Math., (1983), pp. 59–66.
- [55] Gj. Ćupona, On semigroups of operations, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **IV**, 1 (1983), pp. 43–47.
- [56] Gj. Ćupona, Vector valued semigroups, *Semigroup forum*, **26** (1983), pp. 65–74.
- [57] Gj. Ćupona, N. Celakoski, Embeddings of associatives in semigroups, *Proc. II Inter. Symp. n -ary Structures*, Varna 1983, Center of Applied Mathematics (1984), pp. 71–78.
- [58] Gj. Ćupona, S. Markovski, S. Crvenković, G. Vojvodić, Subalgebras of cancellative semigroups, *Proc. II Inter. Symp. n -ary Structures*, Varna 1983, Center of Applied Mathematics (1984), pp. 49–64.

- [59] Gj. Čupona, D. Dimovski, On a class of vector valued groups, *Proc. Conf. "Algebra and Logic", Zagreb 1984*, Novi Sad Inst. of Math., (1985), pp. 29–37.
- [60] Gj. Čupona, S. Markovski, Cohn-Rebane Theorem for vector valued algebras, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **VI**, 2 (1985), pp. 143–149.
- [61] Gj. Čupona, S. Markovski, Vector valued sub-groupoids of semigroups, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **VII**, 2 (1986), pp. 5–12.
- [62] Gj. Čupona, D. Dimovski, A Samadziski, Fully commutative vector valued groups, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **VIII**, 2 (1987), pp. 5–17.
- [63] Gj. Čupona, S. Markovski, B. Janeva, Post theorem for vector valued semigroups, *Proc. Conf. "Alg. and Logic" Cetinje 1986*, Novi Sad Inst. of Math., (1987), pp. 33–46.
- [64] Gj. Čupona, N. Celakoski, S. Markovski, D. Dimovski, Vector valued groupoids, semigroups and groups, *Vector Valued Semigroups and Groups*, MASA, Skopje, (1988), pp. 1–78.
- [65] Gj. Čupona, S. Markovski, D. Dimovski, B. Janeva, Introduction to combinatorial theory of vector valued semigroups, *Vector Valued Semigroups and Groups*, MASA, Skopje, (1988), pp. 141–183.
- [66] Gj. Čupona, N. Celakoski, Multidimensional associatives, *Math. Bulletin*, **13** (39) (1989), pp. 5–14.
- [67] Gj. Čupona, S. Markovski, Polyadic operations induced by semigroups, *Math. Bulletin*, **13** (39) (1989), pp. 15–24.
- [68] Gj. Čupona, N. Celakoski, A Samardziski, Fully commutative vector valued groupoids, *Proc. Conf. "Alg. and Logic" Sarajevo 1987*, Novi Sad Inst. of Math., (1989), pp. 29–41.
- [69] Gj. Čupona, N. Celakoski, Transformations of Booleans, *Math. Bulletin*, **13** (40) (1990), pp. 15–26.
- [70] Gj. Čupona, S. Markovski, Vector valued groupoids induced by varieties of semigroups, *Math. Bulletin*, **14** (40) (1990), 27–38.
- [71] Gj. Čupona, B. Janeva, On free objects in some classes of finite subset structures, *Contribution to General Algebra*, **7**, Wien (1991), pp. 75–85.
- [72] Gj. Čupona, R. Sz. Madarasz, On poly-algebras, *Review of Research, Faculty of Science, Mathematics Series, Univ. of Novi Sad*, **21** 2 (1991), pp. 141–156.
- [73] Gj. Čupona, S. Markovski, Embeddings of universal algebras in semigroups, *Math. Bulletin*, **15** (41) (1991), pp. 5–16.
- [74] Gj. Čupona, S. Markovski, Free objects in the class of vector valued groupoids induced by semigroups, *Contributions to General Algebra*, **7**, Wien (1991), pp. 87–95.
- [75] Gj. Čupona, S. Ilic, Free hypersemigroups, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **XIV**, 2 (1993), pp. 13–26.
- [76] Gj. Čupona, R. Sz. Madarasz, Free poly-algebras, *Review of Research, Faculty of Science, Mathematics Series, Univ. of Novi Sad*, **23**, 2 (1993), pp. 245–261.
- [77] Gj. Čupona, S. Markovski, Free objects in primitive varieties of n-groupoids, *Publ. de l'Inst. Math., Nouvelle série*, **57** (71) (1995), pp. 147–154.
- [78] Gj. Čupona, S. Markovski, Ž. Popeska, Primitive n-identities, *Contributions to General Algebra* **9**, Wien (1995), pp. 107–116.
- [79] Gj. Čupona, N. Celakoski, Free objects in some varieties of groupoids, *Math. Bulletin*, **20** (46) (1996), pp. 5–16.
- [80] Gj. Čupona, N. Celakoski, Free groupoids with $(xy)^2 = x^2y^2$, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **XVII**, 1-2, (1996), pp. 5–17.
- [81] Gj. Čupona, S. Markovski, Primitive varieties of algebras, *Algebra Universalis*, **38** (1997), pp. 226–234.
- [82] Gj. Čupona, N. Celakoski, Free groupoids with $xy^2 = xy$, *Math. Bulletin*, **21** (47) (1997), pp. 5–16.
- [83] Gj. Čupona, N. Celakoski, On groupoids with the identity $x^2y^2 = xy$, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **XVIII**, 1-2, (1997), pp. 5–15.
- [84] Gj. Čupona, N. Celakoski, Free groupoids with $x^n = x$, *Proc. First Congress of Math. and Inf. of Macedonia, 1996*, (1998), pp. 19–25.
- [85] Gj. Čupona, S. Ilic, Free groupoids with $x^n = x$ II, *Novi Sad Journal of Math.* **29** 1 (1999), pp. 147–154.
- [86] Gj. Čupona, N. Celakoski, B. Janeva, Free groupoids with axioms of the form $x^{m+1}y = xy$ and/or $xy^{m+1} = xy$, *Novi Sad Journal of Math.*, **29** 2 (1999), pp. 131–147.
- [87] Gj. Čupona, N. Celakoski, B. Janeva, Some applications of groups in investigations of (n, m)-groups, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **XX**, 1–2 (1999), pp. 5–11.
- [88] Gj. Čupona, N. Celakoski, B. Janeva, Canonical groupoids with $x^m y^n = xy$, *Math. Bulletin*, **23** (49) (1999), pp. 11–18.
- [89] D. Dimovski, Gj. Čupona, Injective vector valued semigroups, *Novi Sad Journal of Math.* **29** 2 (1999), pp. 149–161.
- [90] Gj. Čupona, N. Celakoski, B. Janeva, On fully commutative (n, m)-groupoids, *Contributions, Sec. Math. Tech. Sci.*, MASA, **XXI**, 1–2 (2000), pp. 5–14.
- [91] Gj. Čupona, N. Celakoski, S. Ilic, Groupoid powers, *Math. Bulletin*, **25** (51) (2001), pp. 5–12.
- [92] Gj. Čupona, N. Celakoski, B. Janeva, Varieties of groupoids with axioms of the form $x^{m+1}y = xy$ and

- / or $xy^{n+1} = xy$, *Math. Gazzete /Glasnik Matematički*, Zagreb **37 (57)** (2002), pp. 235–244.
- [93] Gj. Ćupona, N. Celakoski, S. Ilic, On monoassociative groupoids, *Math. Bulletin*, **26 (52)** (2002), pp. 5–16.
- [94] S. Ilic, N. Celakoski, Gj. Ćupona, Slobodni f-idempotentni grupoidi, *Proc. Second Congress of Math. and Inf. of Macedonia, 2000*, (2003), pp. 31–34.
- [95] Gj. Ćupona, V. Celakoska-Jordanova, On a variety of groupoids of rank 1, *Proc. Second Congress of Math. and Inf. of Macedonia 2000*, (2003), pp. 17–23.
- [96] Gj. Ćupona, N. Celakoski, B. Janeva, Injective groupoids in some varieties of groupoids, *Proc. Second Congress of Math. and Inf. of Macedonia 2000*; (2003), pp. 47–55.
- УЧЕБНИЦИ
TEXTBOOKS
- [1] Ѓ. Ćупона, *Предавања по алгебра. Книга I*. – Универзитет Скопје, 1968.
- [2] Ѓ. Ćупона, Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, *Предавања по виша математика Книга I*, Универзитет „Кирил и Методиј“, Скопје, 1971, 2-изд. 1976, 3-изд. 1981, 4-изд. 1984.
- [3] Ѓ. Ćупона, Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, *Предавања по виша математика Книга II*, Универзитет „Кирил и Методиј“, Скопје, 1971, 2-изд. 1976, 3-изд. 1981, 4-изд. 1984.
- [4] Ѓ. Ćупона, Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, *Предавања по виша математика Книга III*, Универзитет „Кирил и Методиј“, Скопје, 1972, 2-изд. 1977, 3-изд. 1981, 4-изд. 1984.
- [5] Ѓ. Ćупона, *Предавања по алгебра. Книга I*. Универзитет „Кирил и Методиј“, Скопје, 1972.
- [6] Ѓ. Ćупона, Б. Трпеновски, *Предавања по алгебра Книга II*, Универзитет „Кирил и Методиј“, Скопје, 1973.
- [7] Ѓ. Ćупона, *Алгебарски структури и реални броеви*, Просветно дело, Скопје, 1976.
- [8] Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, Ѓ. Ćупона, *Виша математика Книга II*, Просветно дело, 1993.
- [9] Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, Ѓ. Ćупона, *Виша математика Книга III*, Просветно дело, 1994.
- [10] Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, Ѓ. Ćупона, *Виша математика Книга VI*, Просветно дело, 1994.
- [11] Б. Трпеновски, Н. Целаќоски, Ѓ. Ćупона, *Виша математика Книга I*, Просветно дело, 1995.
- [12] Ѓ. Ćупона, *Предавања по алгебра. Книга I*. Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје, 2000.
- [13] Ѓ. Ćупона, Б. Трпеновски, *Предавања по алгебра Книга II*, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје, 2000.